COMENTÁRIO DA PROVA DE MATEMÁTICA

A prova de matemática deste ano mudou o perfil em relação aos anos anteriores, muito embora algumas características tenham sido mantidas, como a preocupação na contextualização dos enunciados e a diversidade dos assuntos abordados. Houve, neste ano, uma clara opção por uma prova mais fácil, o que, ao nosso ver, levando em conta que existem vários cursos cuja relação candidato/vagas é bastante alta, acaba comprometendo a função aferidora da prova, por “nivelar por baixo” os alunos, mostrando assim uma estratificação não condizente com a realidade.

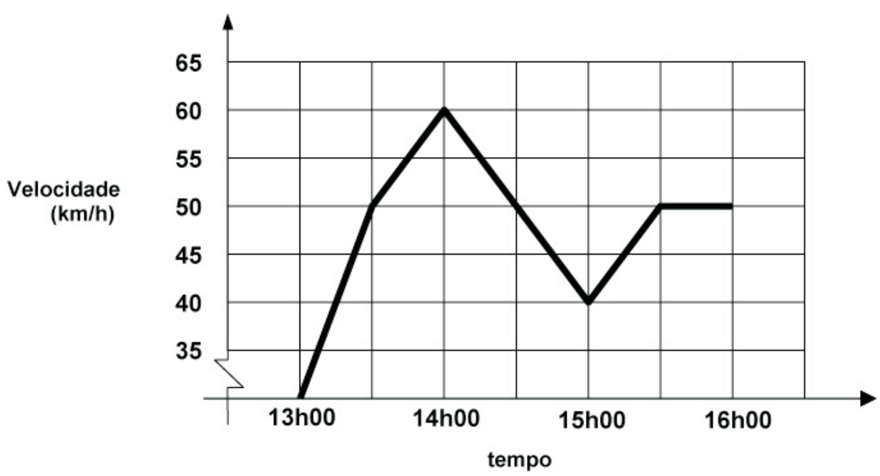
Mesmo dentro da intenção da prova em contextualizar a primeira fase, alguns tópicos clássicos do programa do Ensino Médio, que permitiriam ricas contextualizações, foram deixadas de fora, como, por exemplo, sequências, geometria dos sólidos e trigonometria. Esse fator também distorce o propósito aferidor do exame.

Questões relacionadas a raciocínios intuitivos são bem-vindas em uma prova de 1ª fase. Entretanto, alguns temas nem sempre são cobrados com facilidade, pois exigem um cuidado muito maior na elaboração do enunciado. A questão de número 23, por exemplo, solicita ao candidato o conhecimento de um conceito de nível superior chamado “esperança matemática de uma variável aleatória com distribuição hipergeométrica de probabilidade”. Rigorosamente, a solução ultrapassaria o grau de dificuldade que se deseja nesta seleção de candidatos. Em nossa opinião, um tema como esse não deve aparecer no vestibular, sobretudo por não fazer parte do programa da prova de matemática.

19 - O gráfico ao lado representa a velocidade de um veículo durante um passeio de três horas, iniciado às 13h00.

De acordo com o gráfico, o percentual de tempo nesse passeio em que o veículo esteve a uma velocidade igual ou superior a 50 quilômetros por hora foi de:

a) 20%.
b) 25%.
c) 30%.
d) 45%.
*e) 50%.



Comentário:

Analisando o gráfico, temos que das 13h30 às 14h30 (1 hora) e das 15h30 às 16h00 (0,5 hora) o veículo esteve a uma velocidade igual ou superior a 50 km/h. Assim:

$$p = \frac{1+0,5}{3} = \frac{1,5}{3} = 0,5 \Rightarrow p = 50\%$$

20 - Uma piscina possui duas bombas ligadas a ela. A primeira bomba, funcionando sozinha, esvazia a piscina em 2 horas. A segunda, também funcionando sozinha, esvazia a piscina em 3 horas. Caso as duas bombas sejam ligadas juntas, mantendo o mesmo regime de funcionamento, a piscina será esvaziada em:

a) 1 hora.
*b) 1,2 horas.
c) 2,5 horas.
d) 3 horas.
e) 5 horas.

Resolução:

Em uma hora, temos que:

a 1ª bomba escoa $\frac{1}{2}$ da piscina;

a 2ª bomba escoa $\frac{1}{3}$ da piscina;

ambas as bombas escoam $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ da piscina.

Fazendo uma regra de três, temos:

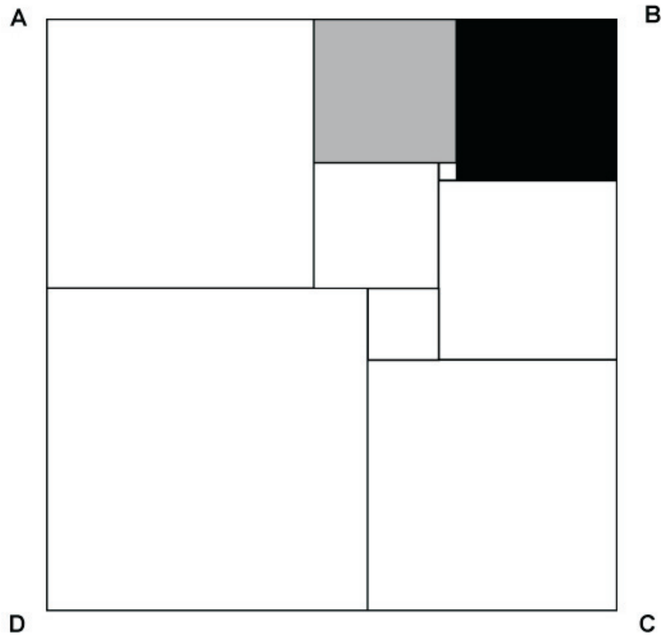
$$1\text{h} \longrightarrow \frac{5}{6}$$

$$x\text{h} \longrightarrow 1$$

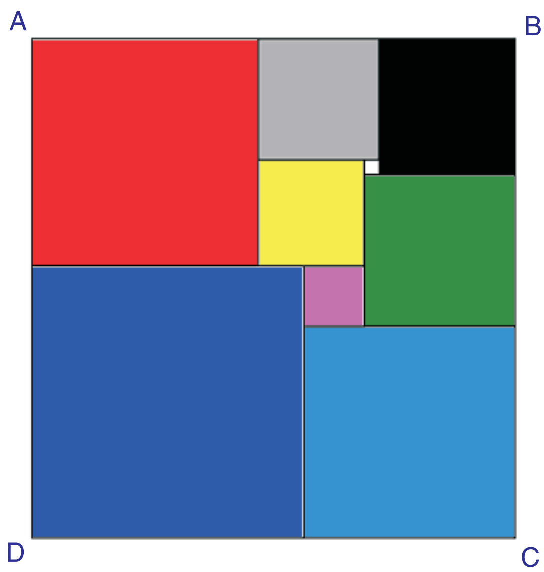
Logo, $x = \frac{6}{5}\text{horas} = 1{,}2 \text{ hora}$

21 - **O retângulo ABCD foi dividido em nove quadrados, como ilustra a figura ao lado. Se a área do quadrado preto é 81 unidades e a do quadrado cinza 64 unidades, a área do retângulo ABCD será de:**

a) 860 unidades.
b) 990 unidades.
c) 1024 unidades.
*d) 1056 unidades.
e) 1281 unidades.



Comentário:



Dado que o quadrado preto tem área 81, seu lado mede 9;
dado que o quadrado cinza tem área 64, seu lado mede 8;
daí concluímos que o quadrado menor de cor branca tem lado igual a 1;
o quadrado amarelo tem lado igual a 7; o quadrado vermelho tem lado igual a 15, portanto o lado AB mede:

$$9 + 8 + 15 = 32$$

O quadrado verde tem lado igual a 10; o quadrado cor-de-rosa tem lado igual a 4; o quadrado azul-claro tem lado 14, portanto BC mede:

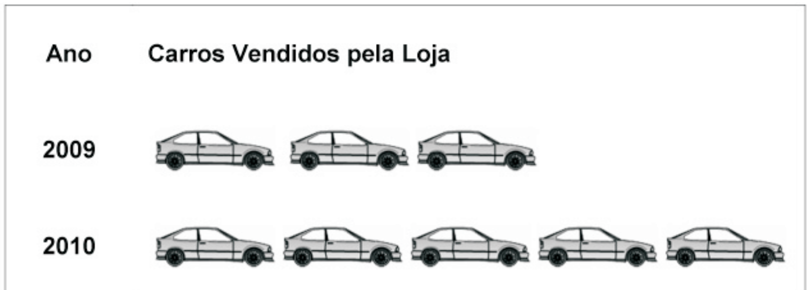
$$9 + 10 + 14 = 33$$

a área do retângulo ABCD é igual a:

$$32 \,.\, 33 = 1056$$

22 - Em 2010, uma loja de carros vendeu 270 carros a mais que em 2009. Ao lado temos um gráfico ilustrando as vendas nesses dois anos.

Nessas condições, pode-se concluir que a média aritmética simples das vendas efetuadas por essa loja durante os dois anos foi de:



*a) 540 carros.
b) 530 carros.
c) 405 carros.
d) 270 carros.
e) 135 carros.

Comentário:

Cada desenho de carrinho corresponde a 135 carros vendidos.

Vendas em 2009: 3 x 135 carros

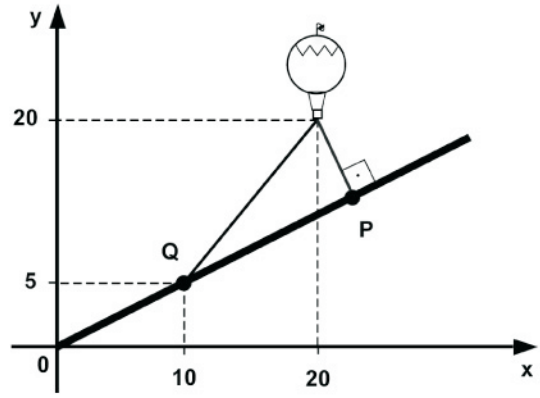
Vendas em 2010: 5 x 135 carros

Média: $\dfrac{3.135+5.135}{2}=\dfrac{8.135}{2}=540$

23 - Um balão de ar quente foi lançado de uma rampa inclinada. Utilizando o plano cartesiano, a figura ao lado descreve a situação de maneira simplificada.

Ao ser lançado, o balão esticou uma corda presa aos pontos P e Q, mantendo-se fixo no ar. As coordenadas do ponto P, indicado na figura, são, então:

a) (21,7).
b) (22,8).
*c) (24,12).
d) (25,13).
e) (26,15).



Comentário:

Determinemos a equação da reta que contém o segmento PQ:

$$m_{OQ} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-0}{10-0} = \frac{1}{2}$$

Aplicando a fórmula fundamental: $y - y_0 = m_{OQ}.(x - x_0)$ sendo $(x_0, y_0) = (0,0)$, tem-se:

$$y - 0 = \frac{1}{2} . (x - 0) \therefore y = \frac{1}{2} x \text{ (I)}$$

Determinemos a equação da reta perpendicular a PQ passando por P, e B (20,20), ponto em que se encontra o balão:

$m_{OQ} = \frac{1}{2}$, e sendo BP é perpendicular a PQ, temos que $m_{BP} = -2$ (os coeficientes angulares são inversos e opostos).

Aplicando a equação fundamental para a reta que contém BP, vem:

$y - y_0 = m_{OQ} . (x - x_0)$, sendo $(x_0, y_0) = (20, 20)$:

$y - 20 = -2.(x - 20) \therefore y = -2x + 60$ (II)

Igualando (I) e (II), temos:

$\frac{1}{2} x = -2x + 60 \Rightarrow \frac{5}{2} x = 60 \therefore x = 24$ substituindo em $y = \frac{1}{2} x$, vem $y = 12$.

24 - Durante o mês de dezembro, uma loja de cosméticos obteve um total de R$ 900,00 pelas vendas de um certo perfume. Com a chegada do mês de janeiro, a loja decidiu dar um desconto para estimular as vendas, baixando o preço desse perfume em R$ 10,00. Com isso, vendeu em janeiro 5 perfumes a mais do que em dezembro, obtendo um total de R$ 1.000,00 pelas vendas de janeiro. O preço pelo qual esse perfume foi vendido em dezembro era de:

a) R$ 55,00.
*b) R$ 60,00.
c) R$ 65,00.
d) R$ 70,00.
e) R$ 75,00.

Comentário:

Seja x o preço do perfume e y a quantidade de perfume vendida em dezembro. Podemos escrever:
$x \cdot y = 900$

Do enunciado, temos que em janeiro, o preço do perfume passou a ser $(x - 10)$ e a quantidade vendida foi $(y + 5)$, portanto temos:

$(x - 10).(y + 5) = 1000$

fazendo a propriedade distributiva, vem:

$x \cdot y + 5x - 10y - 50 = 1000$
$900 + 5x - 10y - 50 = 1000$

de x.y = 900, temos $y = \dfrac{900}{x}$ substituindo, vem:

$5x - 10 \cdot \dfrac{900}{x} - 150 = 0$

multiplicando por $\dfrac{x}{5}$, vem:

$x^2 - 30x - 1800 = 0$

resolvendo, temos x = 60 ou x = –30 (não convém).

25 - Em uma cidade de 250.000 habitantes, aproximadamente 10.000 foram vacinados contra o vírus H1N1, número muito menor do que as autoridades de saúde previam. Se tomarmos aleatoriamente 50 habitantes dessa cidade, quantos deles se espera que tenham sido vacinados contra o vírus H1N1?

*a) 2 habitantes.
b) 6 habitantes.
c) 8 habitantes.
d) 12 habitantes.
e) 15 habitantes.

Comentário:

Como 10 000 em 250 000 habitantes foram vacinados, temos a proporção:

$$\frac{10000}{250000} = \frac{1}{25}$$

Tomando aleatoriamente 50 habitantes, teremos a probabilidade de **p** desses habitantes já vacinados, sendo que:

$$\frac{1}{25} = \frac{p}{50} \Rightarrow p = 2$$

26 - Um importante estudo a respeito de como se processa o esquecimento foi desenvolvido pelo alemão Hermann Ebbinghaus no final do século XIX. Utilizando métodos experimentais, Ebbinghaus determinou que, dentro de certas condições, o percentual P do conhecimento adquirido que uma pessoa retém após t semanas pode ser aproximado pela fórmula

$$P = (100 - a) \cdot b^t + a,$$

sendo que a e b variam de uma pessoa para outra. Se essa fórmula é válida para um certo estudante, com a = 20 e $b = 0,5$, o tempo necessário para que o percentual se reduza a 28% será:

a) entre uma e duas semanas.
b) entre duas e três semanas.
*c) entre três e quatro semanas.
d) entre quatro e cinco semanas.
e) entre cinco e seis semanas.

Comentário:

Se P = 28, a = 20 e b = 0,5, então:

$P = (100 - a) \cdot b^t + a$

$28 = (100 - 20) \cdot 0,5^t + 20$

$28 - 20 = 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$

$\frac{8}{80} = \left(\frac{1}{2}\right)^t$

$\frac{1}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^t$

$2^t = 10$

Observando que $8 < 2^t = 10 < 16$, tem-se:

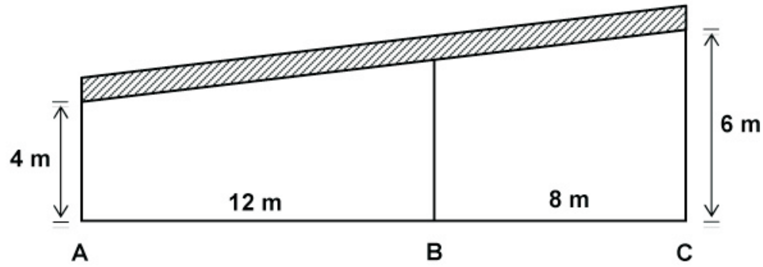
$8 < 2^t < 16$

$2^3 < 2^t < 2^4$

$3 < t < 4$

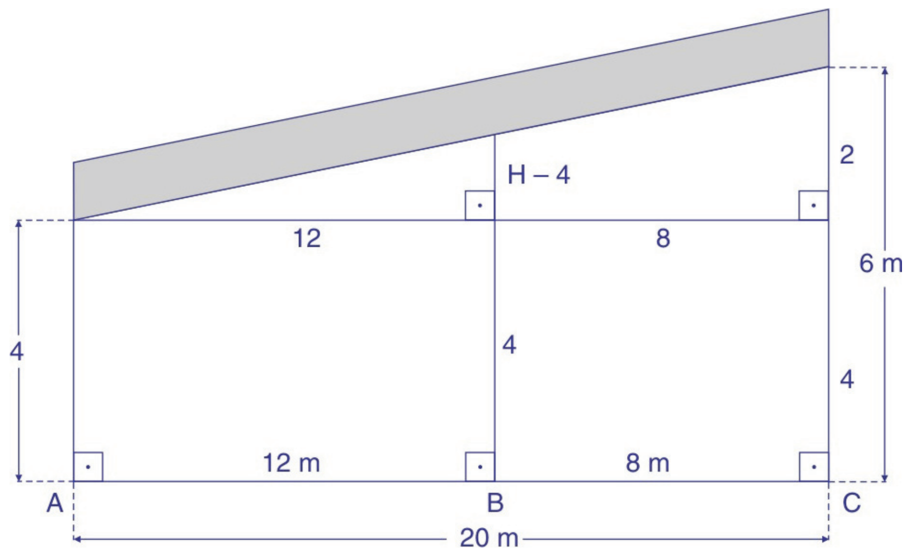
Assim, o tempo necessário está compreendido entre três e quatro semanas.

27 - Um telhado inclinado reto foi construído sobre três suportes verticais de aço, colocados nos pontos A, B e C, como mostra a figura ao lado. Os suportes nas extremidades A e C medem, respectivamente, 4 metros e 6 metros de altura. A altura do suporte em B é, então, de:



a) 4,2 metros.
b) 4,5 metros.
c) 5 metros.
*d) 5,2 metros.
e) 5,5 metros.

Comentário:



Sendo H a medida da altura do suporte em B, tem-se:

$$\frac{2}{H-4} = \frac{20}{12}$$

$24 = 20H - 80$

$20H = 104$

$H = 5{,}2$ m